学習単元

3年生 4章　二次関数 3

―― 変域・変化の割合 ――

目標

1. 増減の様子をとらえ、「yの変域」を求められる！

2. 「変化の割合」の理解を深めて求められる！

yの変域を求めるPoint!

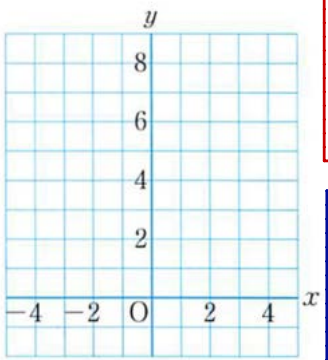
Point

xの変域のパターンは
「　　」パターン!

→ 原点を含むか。
含まないか。

例　$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで考える。

(i) xの変域が「原点を含まない」場合

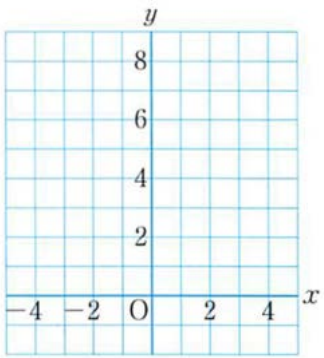


最大値
$x=(\quad)$のとき
$y=(\quad)$

最小値
$x=(\quad)$のとき
$y=(\quad)$

例　$-4 \leqq x \leqq -2$ のとき

答 _____



最大値
$x=(\quad)$のとき
$y=(\quad)$

最小値
$x=(\quad)$のとき
$y=(\quad)$

例　$1 \leqq x \leqq 3$ のとき

答 _____

- グラフをかいて正確に理解しておこう!
- 「代入」だけですんなり正解できない!

yの変域を求めるPoint!

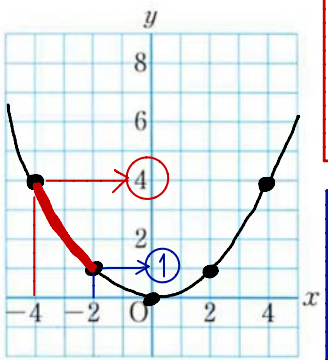
Point

xの変域のパターンは「2」パターン!

→ 原点を含むか。含まないか。

例 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで考える。

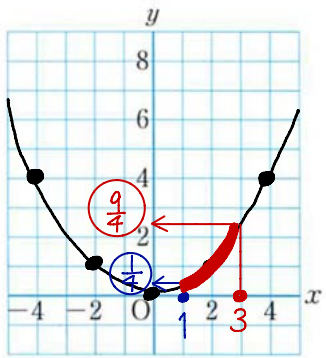
(i) xの変域が「原点を含まない」場合



最大値
$x=-4$ のとき
$y=4$

最小値
$x=-2$ のとき
$y=1$

例 $-4 \leqq x \leqq -2$ のとき
$1 \leqq y \leqq 4$



最大値
$x=3$ のとき
$y=\frac{9}{4}$

最小値
$x=1$ のとき
$y=\frac{1}{4}$

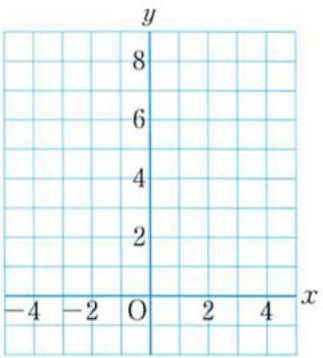
例 $1 \leqq x \leqq 3$ のとき
$\frac{1}{4} \leqq y \leqq \frac{9}{4}$

- グラフをかいて正確に理解しておこう!
- 「代入」だけですんなり正解できない!

yの変域を求めるPoint!

例　$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで考える。

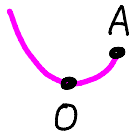
(ii) xの変域が「原点を含む」場合



最大値
$x=(\quad)$のとき
$y=(\quad)$

最小値
$x=(\quad)$のとき
$y=(\quad)$

今回のxの変域でのグラフは、



の部分。

最小値は「A」ではなく、「O」で取る！

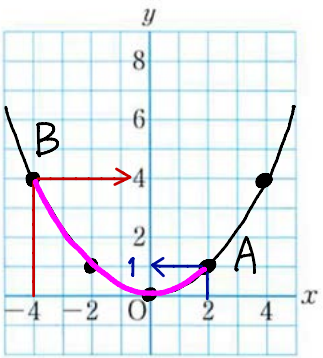
例　$-4 \leqq x \leqq 2$ のとき

答 _____

yの変域を求めるPoint!

例　$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで考える。

(ii) xの変域が「原点を含む」場合

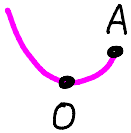


最大値
$x=-4$ のとき
$y=4$

最小値
$x=0$ のとき
$y=0$

例　$-4 \leqq x \leqq 2$ のとき
$0 \leqq y \leqq 4$

今回のxの変域でのグラフは、



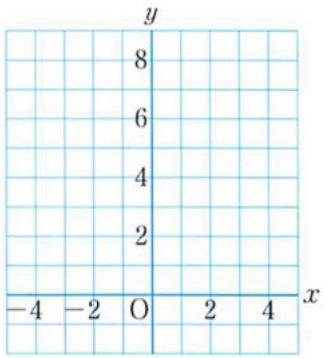
の部分。

最小値は「A」ではなく、「O」で取る!

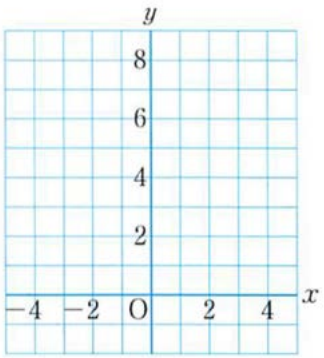
練習問題

類題 $y=\frac{1}{2}x^2$ について x の変域が次のとき，y の変域を求めなさい！

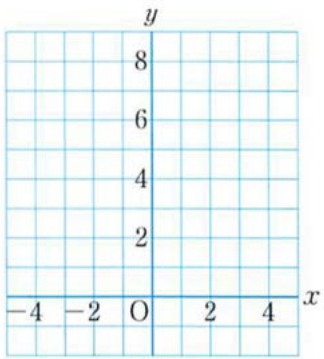
① $-2 \leqq x \leqq 1$



② $-3 \leqq x \leqq 7$



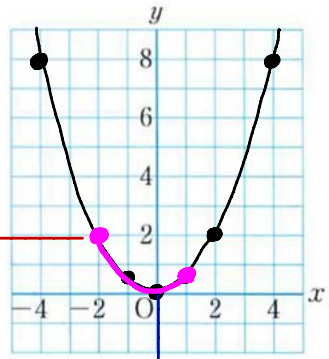
③ $-4 \leqq x \leqq -1$



練習問題

類題 $y=\frac{1}{2}x^2$ について x の変域が次のとき，y の変域を求めなさい！

① $-2 \leqq x \leqq 1$



$0 \leqq y \leqq 2$ //

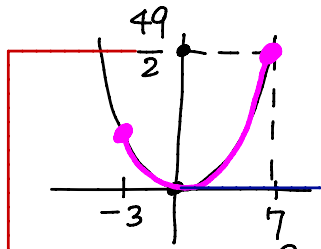
最大値
$x=-2$ のとき
$y=2$

最小値
$x=0$ のとき
$y=0$

② $-3 \leqq x \leqq 7$

Point

グラフ用紙に入らないときは，自作で！



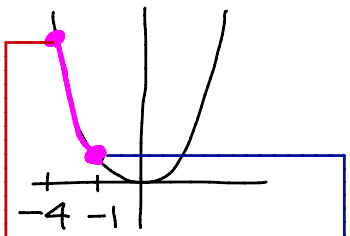
$0 \leqq y \leqq \frac{49}{2}$

最大値
$x=7$ のとき
$y=\frac{49}{2}$

最小値
$x=0$ のとき
$y=0$

③ $-4 \leqq x \leqq -1$

x の変域に 0 が含まれているので「代入」でも解けるが，簡単にグラフをかいて解きたい！



最大値
$x=-4$ のとき
$y=8$

最小値
$x=-1$ のとき
$y=\frac{1}{2}$

変化の割合の理解

関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{9-1}{3-1} = \frac{8}{2} = 4$$

Point

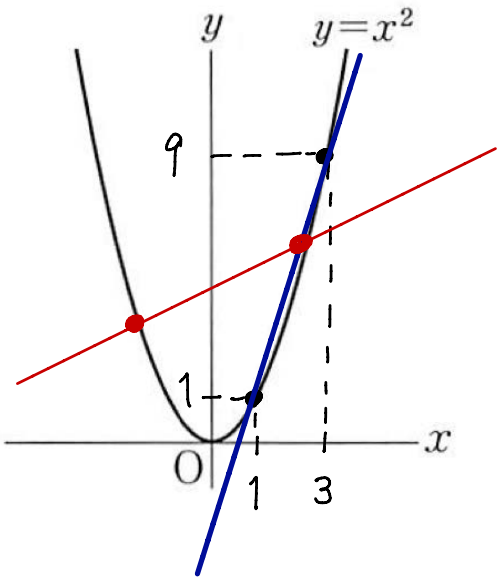
増加量を求める表

$y=x^2$ に x の値を代入して y の値を求める！

y	1 → 9
x	1 → 3

→ (1,1)
(3,9)

グラフでの変化の割合



2点 (1,1)(3,9) を通る直線の傾きを表している！

Point

とる2点によって傾きが異なるので二次関数における変化の割合は一定ではない。

変化の割合の理解 2 （公式）

$y=ax^2$ について x の値が x_1 から x_2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

重要

公式の作り方

全てを「文字」にして求めた結果が公式！

$$\text{変} = \frac{y\text{増}}{x\text{増}} = \frac{ax_2^2 - ax_1^2}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1}$$

共通因数 a で因数分解

$$= \frac{a(x_2+x_1)\cancel{(x_2-x_1)}}{\cancel{x_2-x_1}}$$

$x_2 - x_1$ が分母・分子にあるので約分

$$= a(x_2+x_1)$$

y	$ax_1^2 \rightarrow ax_2^2$
x	$x_1 \rightarrow x_2$

関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

◎ 公式の確認

$y=ax^2$ の変化の割合 $= a(x_1+x_2)$

$y=1x^2$ で x は $1 \to 3$ の増加なので

変 $= 1\times(1+3)$

$= 1\times4 = 4$

重要

文章題で扱う

「平均の速さ」

でも 変化の割合

の考え方を使います！

問1 関数 $y=2x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から4まで　　(2) -4 から -1 まで

問2 関数 $y=-x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から3まで　　(2) -4 から -2 まで

問1 関数 $y=2x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から4まで　　(2) −4から−1まで

(1) 変 $= \dfrac{32-2}{4-1} = \dfrac{30}{3} = 10$

（公式 … $2(1+4) = 10$）

(2) 変 $= \dfrac{2-32}{-1-(-4)} = \dfrac{-30}{3} = -10$

（公式 … $2(-4+(-1)) = -10$）

問2 関数 $y=-x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から3まで　　(2) −4から−2まで

(1) 変 $= \dfrac{-9-(-1)}{3-1} = \dfrac{-8}{2} = -4$

（公式 … $-1(1+3) = -4$）

(2) 変 $= \dfrac{-4-(-16)}{-2-(-4)} = \dfrac{12}{2} = 6$

（公式 … $-1(-4+(-2)) = 6$）


Live
VR
授業
★応用問題②★
3年生
p.108〜109
二次関数⑤
啓林館
階段関数の理解
ー テスト対策含む ー

身のまわりへひろげよう

レンタサイクルの料金

観光地などに行くと，1日でたくさんの場所をめぐることができるように，自転車を貸してくれるレンタサイクル店が並んでいることがあります。

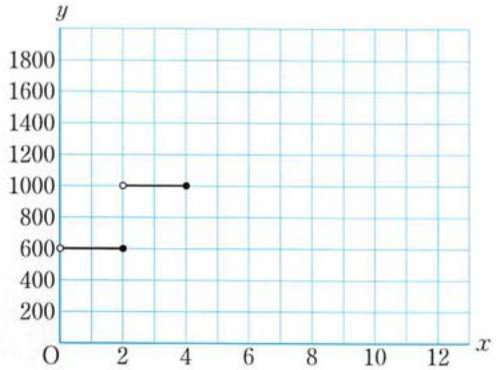
A店で自転車を借りるとき，その料金は，次の表のようになっています。

時間	2時間まで	4時間まで	6時間まで	8時間まで	12時間まで
料金	600円	1000円	1300円	1500円	1800円

1 A店で自転車を借りる時間を x 時間，そのときの料金を y 円とするとき，x の変域によって，y は右のように表されます。
表をもとにして，右の□を うめましょう。

$0 < x \leqq 2$ のとき，$y = 600$
□ $< x \leqq$ □ のとき，$y = 1000$
□ $< x \leqq$ □ のとき，$y = 1300$
$6 < x \leqq 8$ のとき，$y =$ □
$8 < x \leqq 12$ のとき，$y = 1800$

2 **1** の x と y の関係を表すグラフを，下の図にかき入れて完成させましょう。



3 A店で自転車を借りてから，3時間10分後に返したとき，料金はいくらになりますか。

4 別のB店で自転車を借りると，その料金は，4時間までは800円，4時間をこえると1600円となっています。
A店で自転車を借りた方が安くすむのは，どんな場合か調べましょう。

身のまわりへひろげよう

レンタサイクルの料金

観光地などに行くと，1日でたくさんの場所をめぐることができるように，自転車を貸してくれるレンタサイクル店が並んでいることがあります。

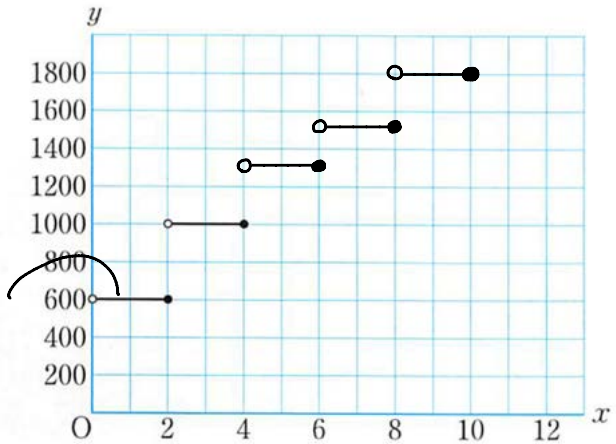
A店で自転車を借りるとき，その料金は，次の表のようになっています。

時間	2時間まで	4時間まで	6時間まで	8時間まで	12時間まで
料金	600円	1000円	1300円	1500円	1800円

1 A店で自転車を借りる時間を x 時間，そのときの料金を y 円とするとき，x の変域によって，y は右のように表されます。表をもとにして，右の□をうめましょう。

$0 < x \leqq 2$ のとき，$y = 600$
$\boxed{2} < x \leqq \boxed{4}$ のとき，$y = 1000$
$\boxed{4} < x \leqq \boxed{6}$ のとき，$y = 1300$
$6 < x \leqq 8$ のとき，$y = \boxed{1500}$
$8 < x \leqq 12$ のとき，$y = 1800$

2 **1** の x と y の関係を表すグラフを，下の図にかき入れて完成させましょう。



定数関数

Point

不等号の「等号」の扱い。

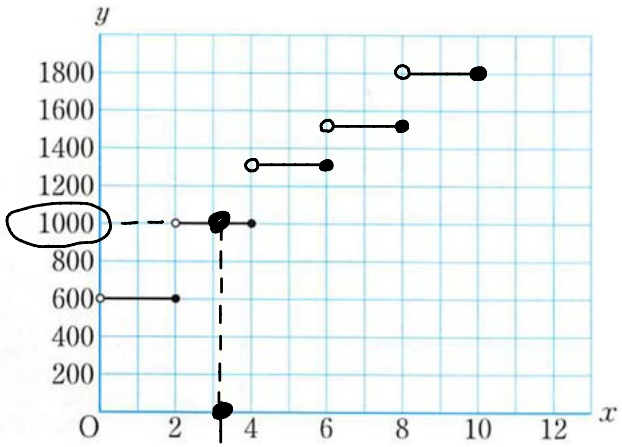
4時間まで1000円
を超えたら1300円

$4 < x \leqq 1300$

3 A店で自転車を借りてから，3時間10分後に返したとき，料金はいくらになりますか。

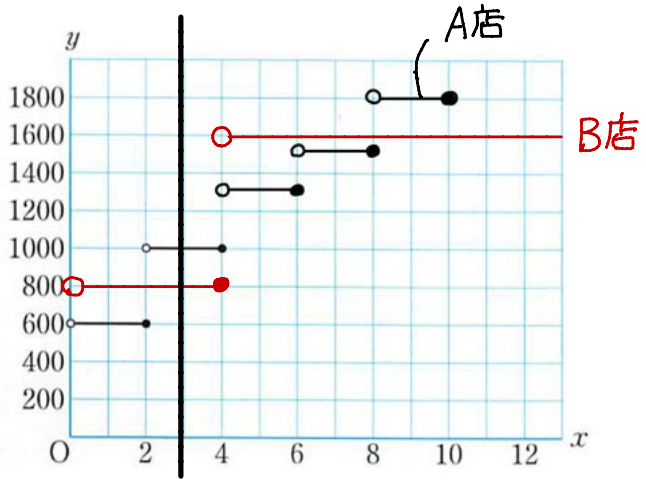
x　y

2 1 の x と y の関係を表すグラフを，下の図にかき入れて完成させましょう。



3時間10分　1000円

4 別のB店で自転車を借りると，その料金は，4時間までは800円，4時間をこえると1600円となっています。
A店で自転車を借りた方が安くすむのは，どんな場合か調べましょう。



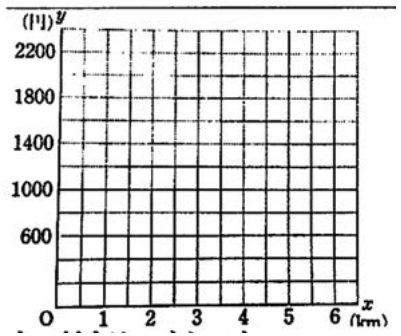
$0 < x \leqq 2$
$4 < x \leqq 8$
の場合
A店の方が安い。

Point
縦軸で見て，「A店が下」にあれば安い。その範囲を見つける！

下の表は、あるタクシー会社の料金表である。走行距離が x km のときの料金を y 円として、次の問いに答えなさい。

走行距離	2km まで	3km まで	4km まで	5km まで	6km まで
料金	600円	1000円	1400円	1800円	2200円

(1) x と y の関係をグラフに表しなさい。

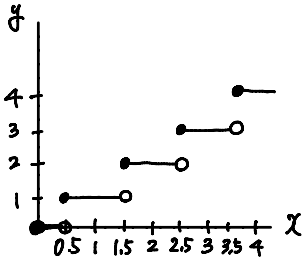


(2) 走行距離が 4.7km のときの料金はいくらです。

(3) 6km より多く走ったときの料金は、2km につき 500 円ずつ高くなっていく。このとき、次の距離を走行したときの料金を求めなさい。

① 9．5km　　② 14km

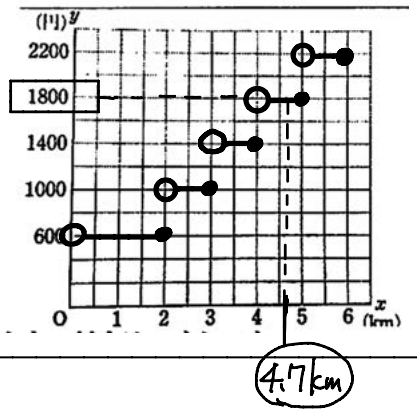
四捨五入のグラフ



下の表は、あるタクシー会社の料金表である。走行距離が x km のときの料金を y 円として、次の問いに答えなさい。

走行距離	2km まで	3km まで	4km まで	5km まで	6km まで
料金	600円	1000円	1400円	1800円	2200円

(1) x と y の関係をグラフに表しなさい。



Point

「◎まで」に注目！

○—● ここになる。

(2) 走行距離が 4.7km のときの料金はいくらです。

↳ $x=4.7$ のときの y の値を求めなさい。

グラフを見ると、1800円 //

(3) 6km より多く走ったときの料金は、2km につき 500 円ずつ高くなっていく。このとき、次の距離を走行したときの料金を求めなさい。

① 9．5km　　② 14km

9.5km = 3200円　4200円 //

km　6　8　10　12　14

料金　2200　2700　3200　3700　4200

+500　+500　+500　+500

Point

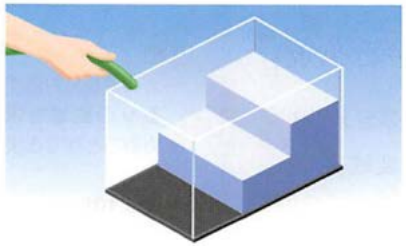
距離差の「間」が料金！

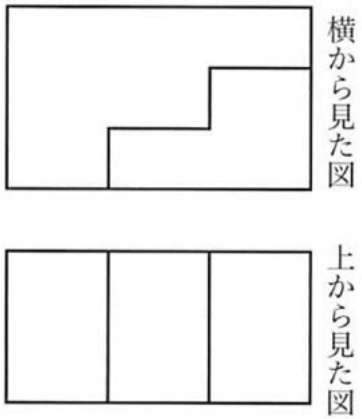
みんなで話しあってみよう

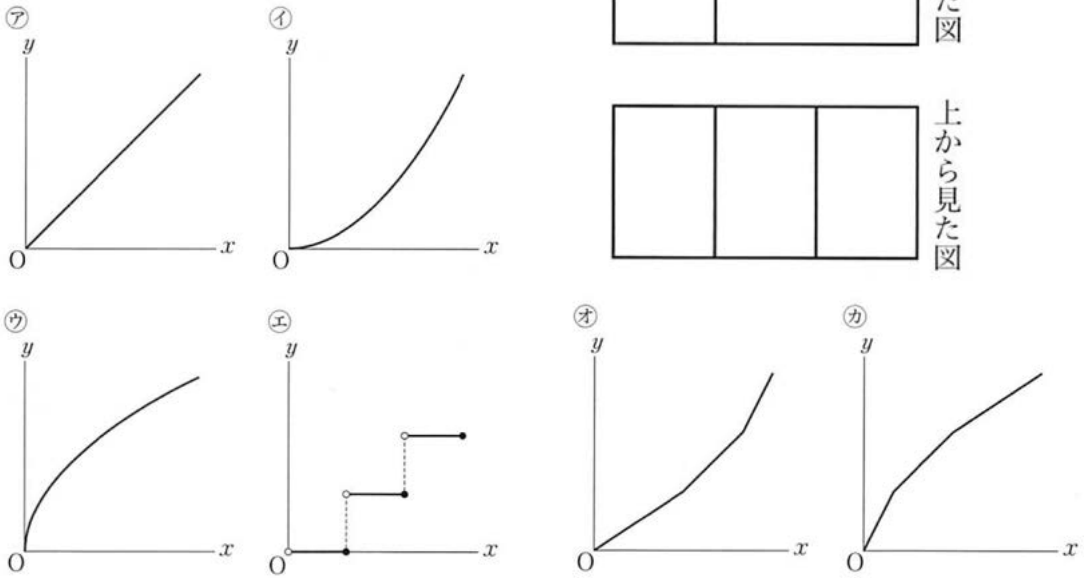
下の図のような，底が階段状になっている直方体の水そうがあります。この水そうに，毎分同じ割合で水を入れます。

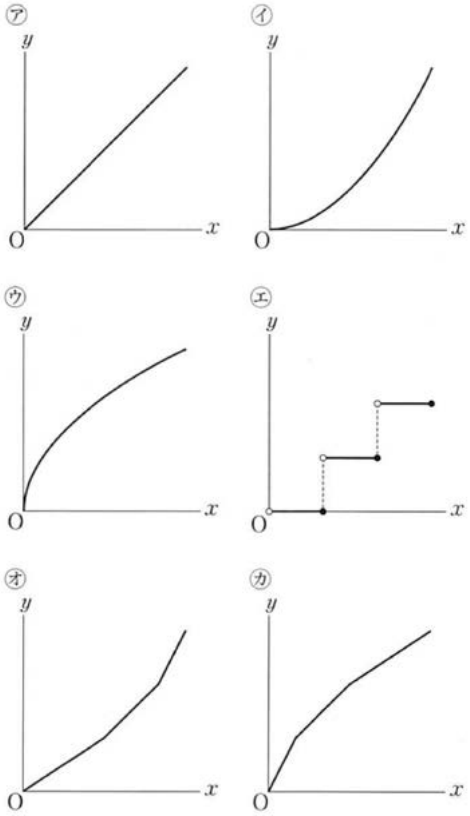
水を入れはじめてからの時間を x 分，水面の高さを y cm とすると，y は x の関数です。

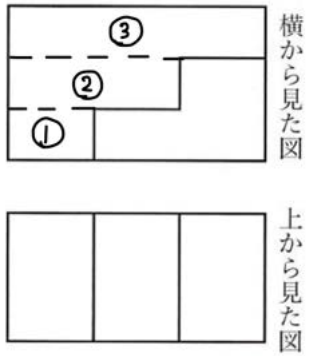
この関数を表すグラフは，右の㋐～㋕のうち，どの形で表されるでしょうか。

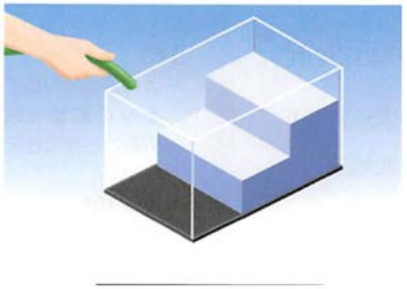












① 「横から見た図」で最初は①に水が入る。
直方体の空間なので一定の量で水は増えるので
㋐のような直線のグラフとなり、㋐、㋔、㋕が候補。

② ①に比べ水が入る直方体は大きいので、水が増える
速さは遅くなる。

③ ②以上に増える速さは遅い。

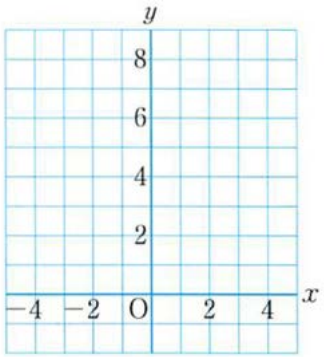
これらのことより
㋕が答

4章の基本のたしかめ

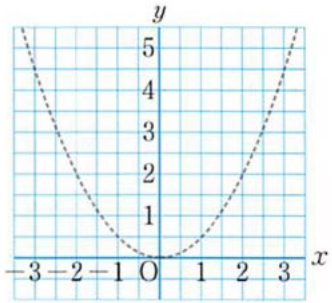
1 y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=-18$ です。
x と y の関係を式に表しなさい。

2 次の□にあてはまるものを書き入れなさい。
関数 $y=5x^2$ のグラフは，□に開き，軸(じく)は□，
頂点は□である放物線になる。

3 関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。



4 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，
x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$
のときの y の変域を
求めなさい。



5 関数 $y=3x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1 から 3 まで　　(2) -3 から -1 まで

4章の基本のたしかめ

1 y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=-18$ です。
①　②
x と y の関係を式に表しなさい。

P.110

①より　$y=ax^2$ と表せる。

②より　$x=3$，$y=-18$ を

$y=ax^2$ に代入し，

$-18=a\times3^2$

$a=-2$

$y=-2x^2$ //

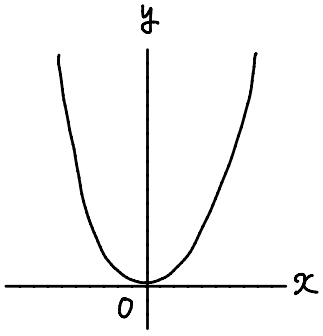
重要

- y は x に 上比例 し → $y=ax$
- y は x に 反比例 し → $y=\frac{a}{x}$
- y は x の 一次関数 で → $y=ax+b$
- y は x^2 に 比例 し → $y=ax^2$

2 次の□にあてはまるものを書き入れなさい。

関数 $y=5x^2$ のグラフは，上 に開き，軸（じく）は y軸，

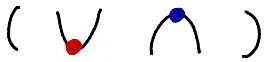
頂点は 原点 である放物線になる。



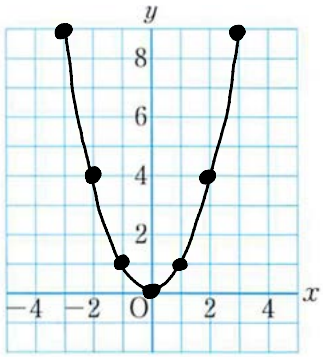
∪ ← 上に開いている。

軸 ← 線対称の軸なので y軸

頂点 ← 軸 と 放物線の交点

()

3



関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。

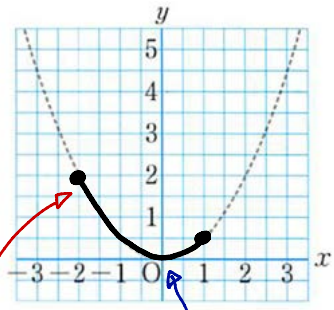
Point

- 格子点（こうしてん）（ x，y が共に整数の点 ）をとる。

※ 点が少ない場合
分数となる点で
より正確にかく！

- 原点と $x>0$ の点をとる。
  (0,0)　(1,1)　(2,4)　(3,9)
- y軸対称なので
  (−1,1)　(−2,4)　(−3,9)
- なめらかにつないで完成！

4



関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，

x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$

のときの y の変域を

求めなさい。

最大値
$x=-2$ のとき
$y=2$

最小値
$x=0$ のとき
$y=0$

Point

式と変域だけを見て
代入して求めるとミスしやすい！

※ 変域が原点を含む
場合 注意。

5 関数 $y=3x^2$ について，x の値が，次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から3まで　　(2) −3から−1まで

$y=3x^2$

①から$\boxed{3}$まで

変 $= 3\times(① + \boxed{3})$

$= 3\times 4 = 12$ //

変 $= 3\times(-3 + \boxed{(-1)})$

$= 3\times(-4)$

$= -12$ //

重要

公式の作られ方
をおさえておこう！

Point

$y=ax^2$ の変化の割合

y	$ax_1^2 \to ax_2^2$
x	$x_1 \to x_2$

変化の割合 $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

$= \dfrac{ax_2^2 - ax_1^2}{x_2 - x_1}$

$\dfrac{a(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{a(x_2+x_1)\cancel{(x_2-x_1)}}{\cancel{x_2-x_1}}$ 約分！

$= a(x_2+x_1)$

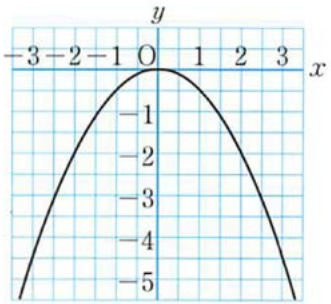
比例定数 a に x の変域の和
をかけると 変化の割合が求まる！

4章の章末問題

1 右の曲線は，関数 $y=ax^2$ のグラフです。

(1) x と y の対応する値を読んで，a の値を求めなさい。

(2) $x=\frac{3}{2}$ のとき，y の値はいくらですか。



2 右の図は，4つの関数

$y=-x^2$

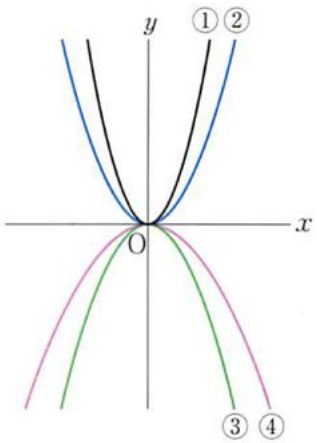
$y=2x^2$

$y=-\frac{1}{2}x^2$

$y=x^2$

のグラフを，同じ座標軸（ざひょうじく）を使ってかいたものです。

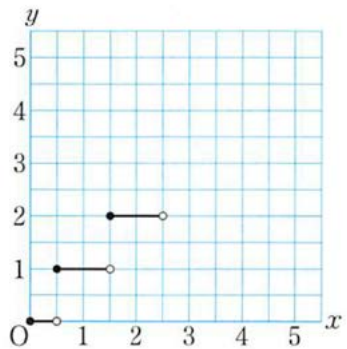
①〜④は，それぞれどの関数のグラフになっていますか。



3 y が x の 2 乗に比例し，x の値が 2 から 4 まで増加するとき，変化の割合が 3 となる関数の式を求めなさい。

4 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域が $-4 \leqq y \leqq 0$ です。
a の値を求めなさい。

5 右の図は，$0 \leqq x \leqq 5$ の数 x について，x の小数第 1 位を四捨五入した数を y として，x と y の関係をグラフに表したものです。
このグラフを完成させなさい。



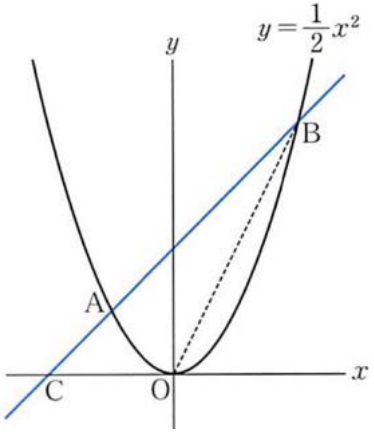
6 2つの関数 $y=x^2$ と $y=6x-1$ について，x の値が，a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が等しくなります。
このとき，a の値を求めなさい。

7 右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，2点A，Bがあります。
A，Bの x 座標が，それぞれ，-2，4であるとき，次の問いに答えなさい。

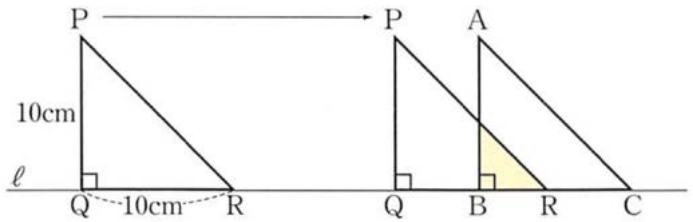
(1) 2点A，Bの座標を求めなさい。

(2) 2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

(3) A，Bを通る直線が x 軸と交わる点をCとするとき，△BCOの面積を求めなさい。



8 下の図のように，直角をはさむ２辺の長さが，それぞれ 10 cm の合同な２つの直角二等辺三角形 △ABC と △PQR があります。
△PQR は，直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒 2 cm の速さで動いていきます。



(1) 点 R が点 B の位置にきたときから x 秒後の △PQR と △ABC が重なった部分の面積を，y cm^2 とします。
点 R が点 B から点 C まで動くとき，x と y の関係を式に表しなさい。

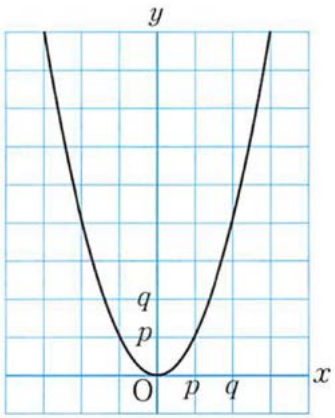
(2) (1)の関数のグラフをかきなさい。

(3) (1)の関数について，y の変域を求めなさい。

目もりのとり方とグラフ

千思万考
～せんしばんこう～

右の図は関数 $y=ax^2$ のグラフです。
x 軸（じく）と y 軸の目もり p，q は，それぞれ同じ値を示しています。



1. p の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

2. q の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

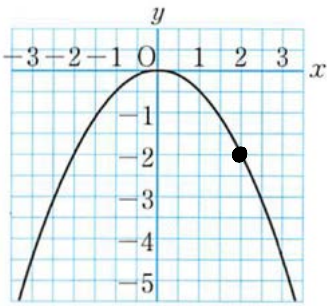
3. これが $y=5x^2$ のグラフであるとき，p の値はどうなるでしょうか。

4章の章末問題

1 右の曲線は，関数 $y=ax^2$ のグラフです。

(1) x と y の対応する値を読んで，a の値を求めなさい。

(2) $x=\frac{3}{2}$ のとき，y の値はいくらですか。



(1) 通る点を読み取り $y=ax^2$ に代入。

(2, −2) を代入 $-2=a\times 2^2$ $a=-\frac{1}{2}$ //

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$ に $x=\frac{3}{2}$ を代入。

$y=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{9}{8}$ $y=-\frac{9}{8}$ //

Point

格子点（x, y 共に整数）が計算しやすい！

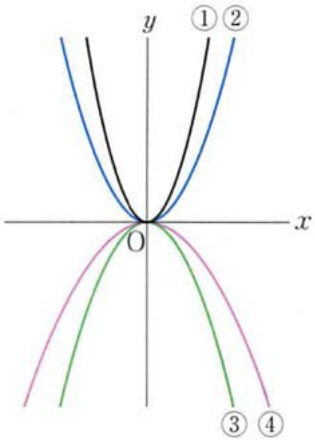
2 右の図は，4つの関数

$y=-x^2$　　$y=-\frac{1}{2}x^2$

$y=2x^2$　　$y=x^2$

のグラフを，同じ座標軸（ざひょうじく）を使ってかいたものです。

①〜④は，それぞれどの関数のグラフになっていますか。



① … 上に開いているので 比例定数 $a>0$

② よりも 開きが小さいので $y=2x^2$

② … $y=x^2$ //（① より）

③ … 下に開いているので 比例定数 $a<0$

④ より 開きが小さいので $y=-x^2$ //

④ … ③ より $y=-\frac{1}{2}x^2$ //

3 y が x の2乗に比例（①）し，x の値が2から4まで増加するとき，変化の割合が3（②）となる関数の式を求めなさい。

重要

解法2を理解してから1をマスターしよう！

［解法1］公式の利用

① より $y=ax^2$ と表せる。

② より $a(2+4)=3$

$6a=3$

$a=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$ //

［解法2］定義より

y	$4a$ → $16a$
x	2 → 4

変 $=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{16a-4a}{4-2}=\frac{12a}{2}=6a$

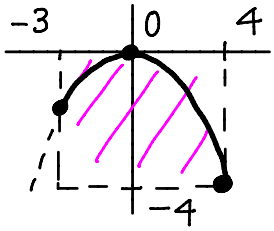
② より $6a=3$

$a=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$ //

4 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域が $-4 \leqq y \leqq 0$ です。a の値を求めなさい。

P.111



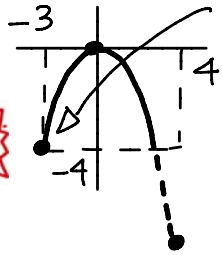
- x, y の変域の重なる範囲でグラフが通る点の座標を見つける！
- $(4, -4)$ を $y=ax^2$ に代入し $-4=16a$

$a=-\frac{1}{4}$ //

Point

「変域問題」

領域からグラフへ！



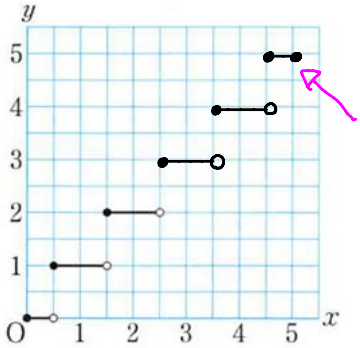
ここを通るとすると，$x=4$ のとき最小値が $y=-4$ よりも小さくなってしまう。

重要

5 右の図は，$0 \leqq x \leqq 5$ の数 x について，x の小数第1位を四捨五入した数を y として，x と y の関係をグラフに表したものです。

このグラフを完成させなさい。

P.111



問題文で $0 \leqq x \leqq 5$ なのでここで終わり！

- $0 \leqq x < 0.5$ の場合 $0.$▨ ↑を四捨五入すると 0
- $0.5 \leqq x < 1.5$ の場合 1

のように考えていくと 図のようになる。

Point

具体的に考えるとグラフが描きやすい！

1.3 → 1
2.0 → 2

6 2つの関数 $y=x^2$ と $y=6x-1$ について，x の値が，a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が等しくなります。このとき，a の値を求めなさい。☆

P.112

(i) $y=x^2$ で a から $a+2$ まで増加するときの 変

変 $= 1 \times (a+a+2)$
$= 2a+2$

(ii) $y=6x-1$ で a から $a+2$ まで増加するときの 変

一次関数は 変 = 傾き なので 変 = 6

(i)(ii) と ☆ より

$2a+2=6$
$2a=4$ $a=2$ //

Point

変化の割合は $x=a$，$x=a+2$ のときのグラフの2点を結ぶ直線の傾きを表しているので，一次関数の場合，常に一定で傾きに等しい！

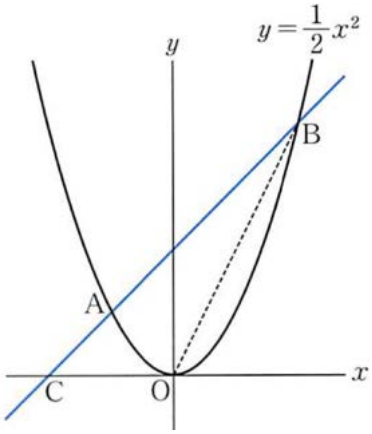
7 右の図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に，2点A，Bがあります。A，Bのx座標が，それぞれ，-2，4であるとき，次の問いに答えなさい。

P.112

(1) 2点A，Bの座標を求めなさい。

(2) 2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

(3) A，Bを通る直線がx軸と交わる点をCとするとき，△BCOの面積を求めなさい。



(1) 2点A，Bの座標を求めなさい。

問題文 _____ より，

$x=-2, 4$ を

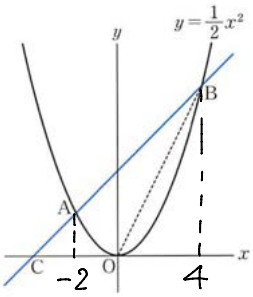
$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入する。

$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

$y=\frac{1}{2}\times4^2=8$

よって

$\boxed{A(-2,2) \quad B(4,8)}$



Point

一次関数 と 二次関数 の融合問題

代表的な問題！

(1)(2) は 与えられなくても 必要な情報

(2) 2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

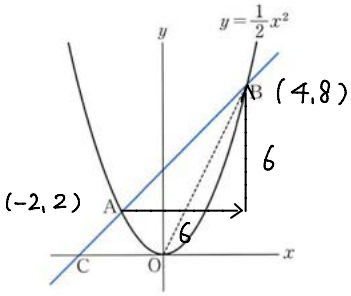
求める直線の式を

$y=ax+b$ とする。

◎ 傾き ＝ 変化の割合

$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

$=\frac{8-2}{4-(-2)}=1$



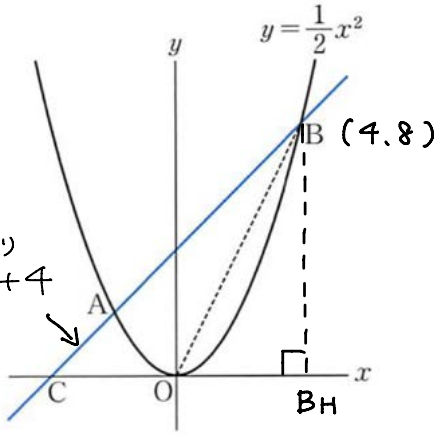
◎ $y=ax+1$ に $a=1$ を代入して $y=x+b$

B(4,8) を代入して $8=4+b$，$b=4$

$\boxed{y=x+4}$

P.112

(3) A，B を通る直線が x 軸と交わる点を C とするとき，△BCO の面積を求めなさい。



◎ △BCO = 底辺 × 高さ × $\frac{1}{2}$

= CO × BBH × $\frac{1}{2}$

◎ CO の長さを求めるために

x 軸 と $y=x+4$ の交点を求める。

$\begin{cases} y=0 \\ y=x+4 \end{cases}$ → $x=-4$

C $(-4, 0)$

よって CO = 4

◎ BH は B からの垂線の長であり

B の y 座標 に 等しい。BBH = 8

△BCO = $4 \times 8 \times \frac{1}{2} = 16$ //

Point

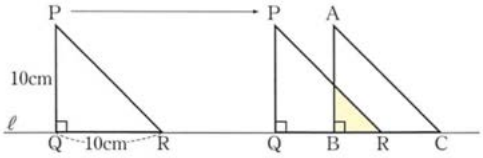
AB と x 軸の交点 C は

x 軸 … $y=0$ なので

$\begin{cases} y=0 \\ y=x+4 \end{cases}$ を解いた解が 座標 になる！

P.112

8 下の図のように，直角をはさむ２辺の長さが，それぞれ 10 cm の合同な２つの直角二等辺三角形 △ABC と △PQR があります。
△PQR は，直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒 2 cm の速さで動いていきます。

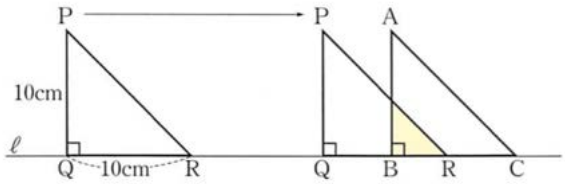


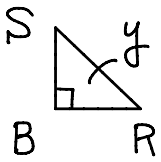
(1) 点 R が点 B の位置にきたときから x 秒後の △PQR と △ABC が重なった部分の面積を，y cm^2 とします。
点 R が点 B から点 C まで動くとき，x と y の関係を式に表しなさい。

(2) (1)の関数のグラフをかきなさい。

(3) (1)の関数について，y の変域を求めなさい。

(1) 点 R が点 B の位置にきたときから x 秒後の △PQR と △ABC が重なった部分の面積を，y cm^2 とします。
点 R が点 B から点 C まで動くとき，x と y の関係を式に表しなさい。





◎ 2cm/秒で P は動くので
BR = $2x$ cm

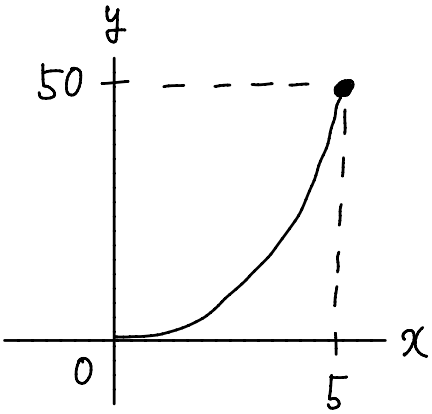
◎ SB も $2x$ cm (PQ = QR より)

◎ $y = BR \times SB \times \frac{1}{2} = 2x \times 2x \times \frac{1}{2} = 2x^2$

◎ R が C に重なるまでの時間は
2cm/秒で BC = 10 cm より $10 \div 2 = 5$ 秒

よって $y = 2x^2 \ (0 \leqq x \leqq 5)$ //

(2) (1)の関数のグラフをかきなさい。



(3) (1)の関数について，y の変域を求めなさい。

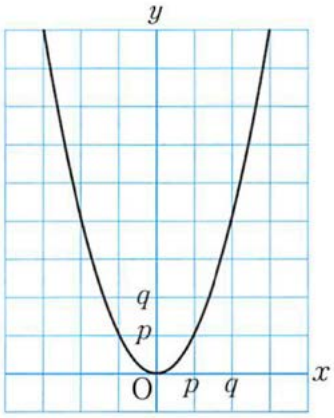
左のグラフから
$0 \leqq y \leqq 50$ //

2次関数は通る1点がわかれば式・グラフが1つに決まる！

目もりのとり方とグラフ

P.113

右の図は関数 $y=ax^2$ のグラフです。
x 軸（じく）と y 軸の目もり p，q は，それぞれ同じ値を示しています。



1. p の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

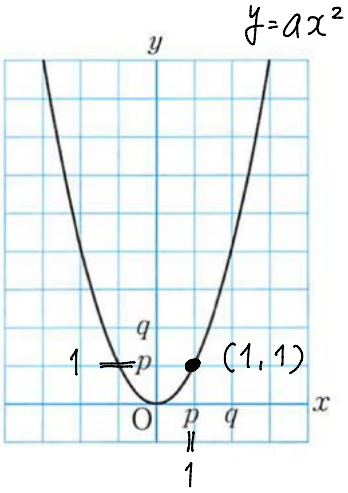
2. q の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

3. これが $y=5x^2$ のグラフであるとき，p の値はどうなるでしょうか。

---

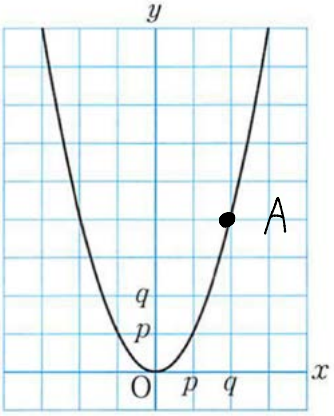
1. p の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

- 問題文より $p=1$ とわかる。
  $p=1$ をグラフにかくと $(1,1)$ を通ることがわかる。
- $x=1$，$y=1$ を $y=ax^2$ に代入。
  $1=a\times1^2 \rightarrow a=1$　　$y=x^2$ //

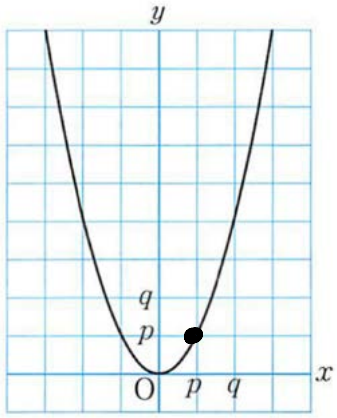


2. q の値が 1 であるとき，これはどんな関数のグラフでしょうか。

- $q=1$ とすると，A の x 座標は 1
  y 座標は y 軸上の q が 2 めもりで 1 なので A の y 座標は 2
  とわかる。つまり A(1, 2)
- $y=ax^2$ に A(1, 2) を代入。
  $2=a\times1^2 \rightarrow a=2$　　$y=2x^2$ //



3. これが $y=5x^2$ のグラフであるとき，p の値はどうなるでしょうか。



◎ $y=5x^2$ のグラフが (p, p) を通るので $x=p$, $y=p$ を $y=ax^2$ に代入。

◎ $p=5p^2$

$5p^2-p=0$

$p(5p-1)=0$

$p=0,\ \frac{1}{5}$

$p=0$ はグラフがかけないので

$p=\frac{1}{5}$ //

中学3年生

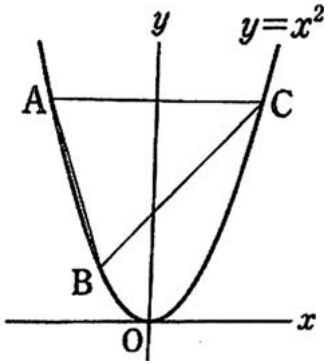
数学

二次関数グラフ問題
基礎

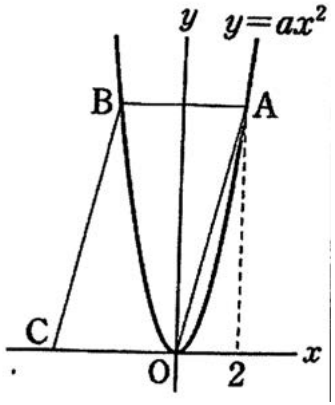
テスト対策
第1回

重要応用
4問

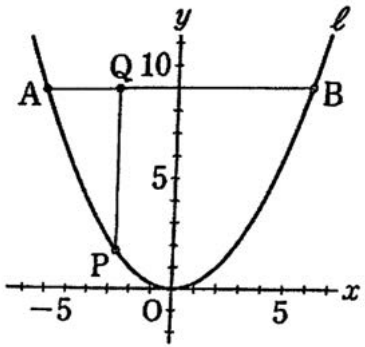
1 右の図で、点A、B、Cは関数 $y=x^2$ のグラフ上にある。点A、B、Cの x の座標がそれぞれ-2，-1，2であるとき、△ABCの面積を求めなさい。



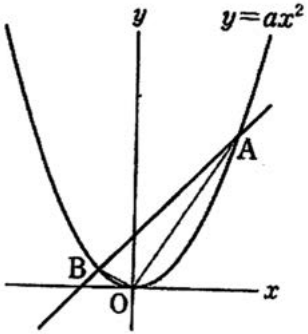
2 右の図は、関数 $y=ax^2$ のグラフで、点A、Bはそのグラフ上の点で、点Cは x 軸上の点である。点Aの x 座標が2で、四角形ABCOが平行四辺形で面積が32になるとき、a の値を求めなさい。



4 右の図で、曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで、点A(-6，9)、B(6，9)はそれぞれ曲線 ℓ 上にある。曲線 ℓ にある点をPとし、点Pを通り、y 軸に平行な直線をひき、線分ABとの交点をQとする。点Pの x 座標を a、線分PQの長さを b とする。a のとる値の範囲が $-4 \leqq x \leqq 3$ のとき、b のとる範囲を不等号を使って表しなさい。



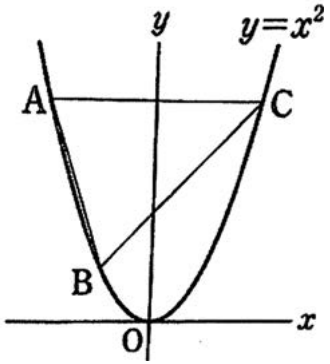
5 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの座標が(6，9)、点Bの x 座標が-2であるとき、次の問いに答えなさい。



① 直線AB式を求めなさい。

② 原点Oを通り、△OABの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

1 右の図で、点A、B、Cは関数 $y=x^2$ のグラフ上にある。点A、B、Cの x の座標がそれぞれ-2，-1，2であるとき、△ABCの面積を求めなさい。



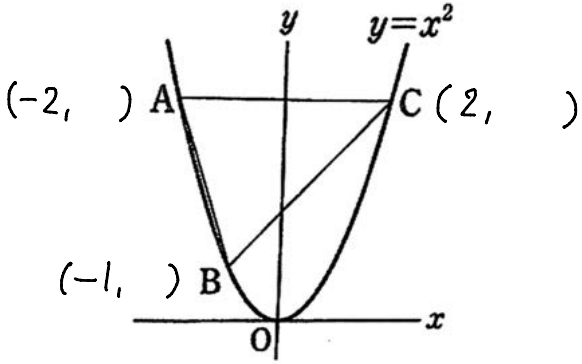
◎ 問題文

＿＿より

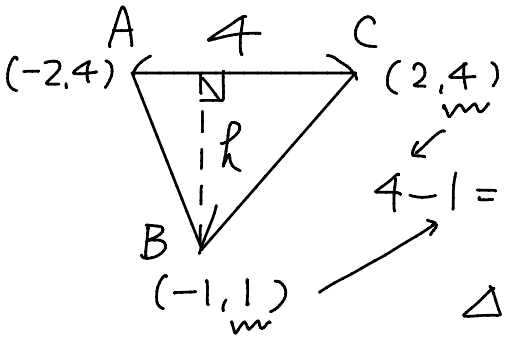
x の値を

$y=x^2$ に

代入すると，



A(−2,4)　B(2,4)　C(−1,1)



4−1＝3（高さh）

△ABC＝AC×h×$\frac{1}{2}$

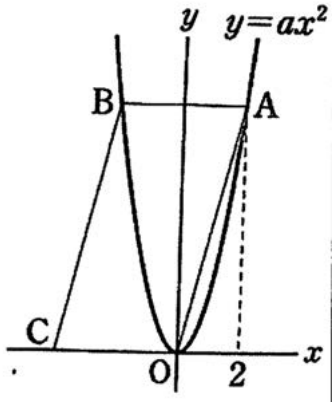
＝4×3×$\frac{1}{2}$＝6

Point

① 座標確定

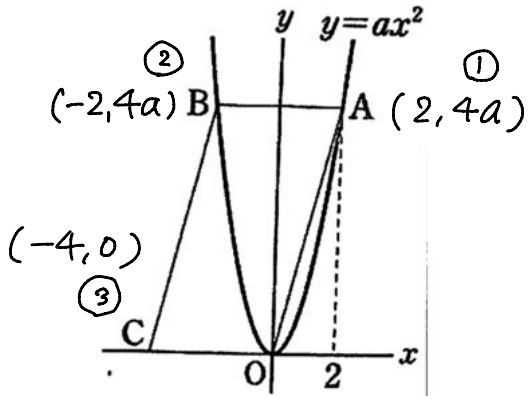
② 長さ，高さをチェックし，面積を求める。

2 右の図は、関数 $y=ax^2$ のグラフで、点A、Bはそのグラフ上の点で、点Cは x 軸上の点である。点Aの x 座標が2で、四角形ABCOが平行四辺形で面積が32になるとき、a の値を求めなさい。



① Aの x 座標が2なので $y=ax^2$ に $x=2$ を代入して
A(2, 4a)

② AとBは y 軸対象なので
B(−2, 4a)



③ 平行四辺形なので
BA = CO となり
BA = 2−(−2) = 4 = CO
よって C(−4, 0)

④ 平行四辺形の面積 = CO × 高さ 4a
= 4×4a = 16a

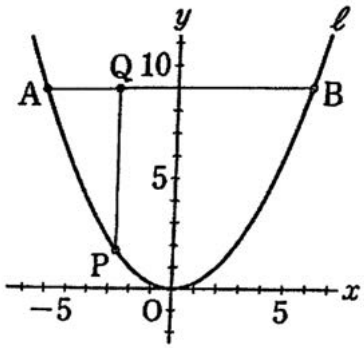
16a = 32
a = 2 //

Point

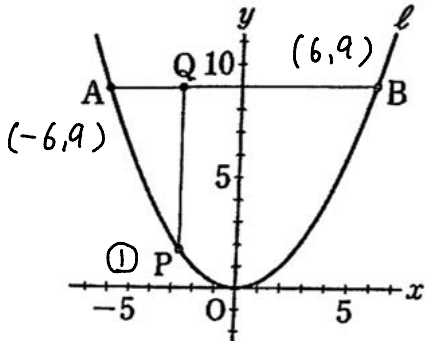
1 グラフ上の座標を求める。

2 面積が32になるように、底辺と高さを求める。

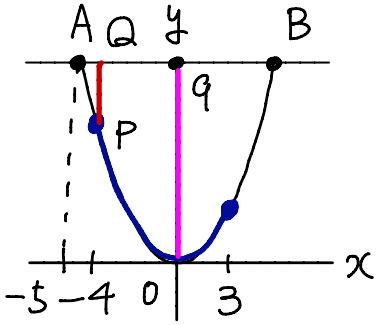
4 右の図で、曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで、点A(-6，9)、B(6，9)はそれぞれ曲線 ℓ 上にある。曲線 ℓ にある点をPとし、点Pを通り、y 軸に平行な直線をひき、線分ABとの交点をQとする。点Pの x 座標を a、線分PQの長さを b とする。a のとる値の範囲が $-4 \leqq x \leqq 3$ のとき、b のとる範囲を不等号を使って表しなさい。



① $x=a$ を
$y=\frac{1}{4}x^2$
に代入して
$P(a, \frac{1}{4}a^2)$



②

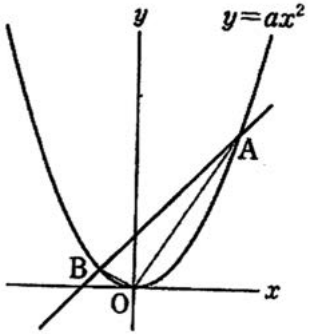


・PQの最小値は、
Pのx座標が −4
のとき。
P(−4, 4) なので
PQ = 9−4 = 5

・PQの最大値は、
Pのx座標が 0
のとき。
P(0 , 0) なので
PQ = 9−0 = 9

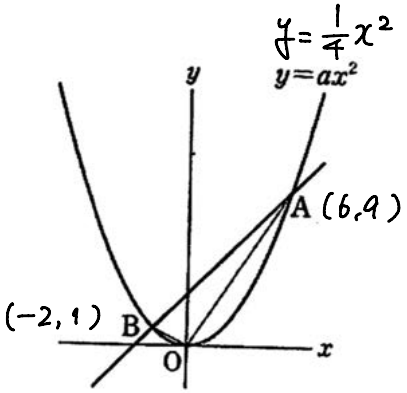
$5 \leqq b \leqq 9$ //

5 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの座標が(6，9)、点Bの x 座標が -2 であるとき、次の問いに答えなさい。



① 直線AB式を求めなさい。

② 原点Oを通り、△OABの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



① 比例定数 a を求めるため A(6,9)を代入して，

$9 = a \times 6^2 \rightarrow a = \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{4}x^2$ となる。

② ABの式を求めるためにBの y 座標を求める。

$x=-2$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入。

$y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$　B(-2,1)

② (-2,1)(6,9)を通るので

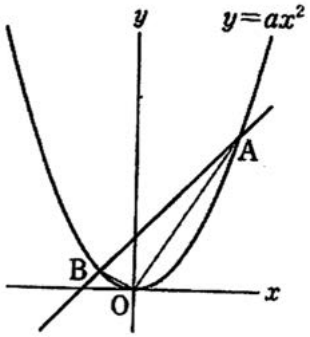
傾き $= \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{9-1}{6-(-2)} = \frac{8}{8} = 1 = a$

(-2,1)を $y=x+b$ に代入し，$1=-2+b$

$b=3$

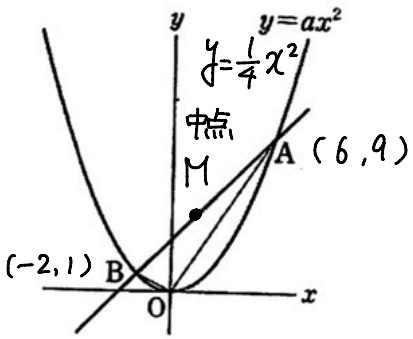
$y=x+3$ //

5　右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの座標が(6，9)、点Bの x 座標が -2 であるとき、次の問いに答えなさい。



① 直線AB式を求めなさい。

② 原点Oを通り、△OABの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



$M\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{1+9}{2}\right)$

$=(2,5)$

Point

中点の求め方

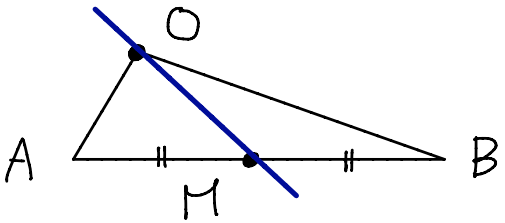
2点の x, y 座標の平均が中点！

(0,0), (2,5) を通る直線が答え。

$y=\frac{5}{2}x$

Point

面積2等分の考え方



ABの中点Mを通るOMによって

△OAM = △OBM

(底辺 AM = MB で高さが等しいため)

中学3年生

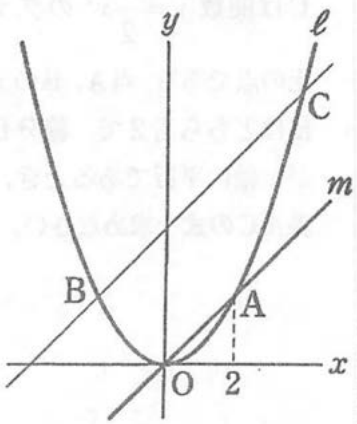
数学

二次関数グラフ問題
標準

テスト対策
第2回

重要応用
2問

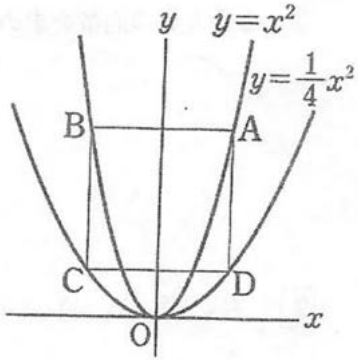
1 右の図で、曲線ℓは関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフで、直線mは、$y=x$のグラフである。直線ℓと直線mの交点のうち、x座標が2である点をAとし、曲線ℓ上に、点Aとy座標が等しく、x座標が負の数である点Bをとる。点Bを通り、直線mに平行な直線と曲線ℓの交点をCとするとき、次の問いに答えなさい。



①直線BCの式を求めなさい。

② △OACの面積を求めなさい。

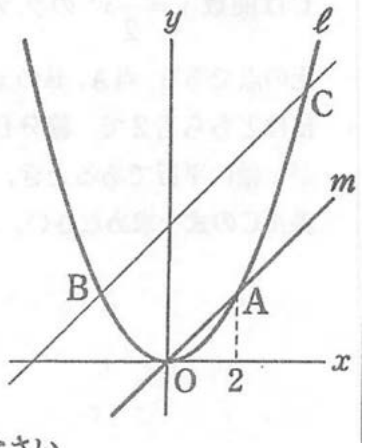
4 右の図で、点A、Bは関数$y=x^2$のグラフ上の点、点C、Dは関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上の点である。四角形ABCDは正方形で、線分ABがx軸に平行であるとき、次の問いに答えなさい。



① 点Aのx座標がaであるとき、点Dの座標を、aを使って表しなさい。

② 点Aの座標を求めなさい。

1 右の図で、曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで、直線mは、$y=x$ のグラフである。直線 ℓ と直線mの交点のうち、x 座標が2である点をAとし、曲線 ℓ 上に、点Aと y 座標が等しく、x 座標が負の数である点Bをとる。点Bを通り、直線mに平行な直線と曲線 ℓ の交点をCとするとき、次の問いに答えなさい。

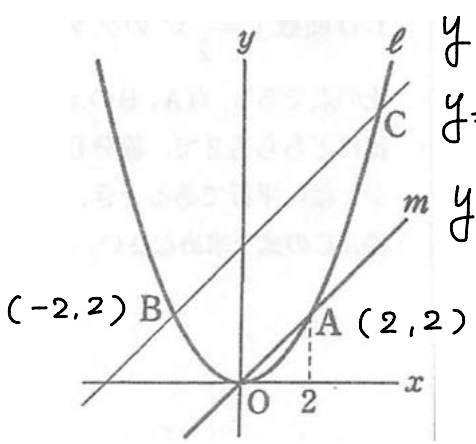


①直線BCの式を求めなさい。

② △OACの面積を求めなさい。

① 問題文 〰〰より A(2,2)

——— より B(−2,2)



$y=\frac{1}{2}x^2$

$y=x+4$

$y=x$

直線BC : B(−2,2) を通り

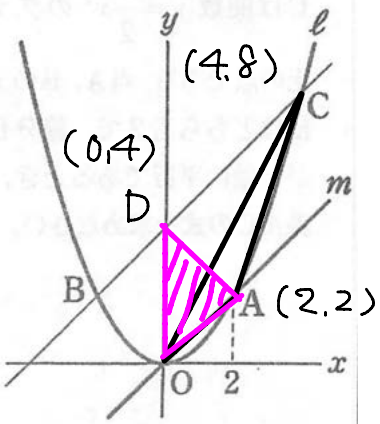
m : $y=x$ に平行な直線。

$y=x+b$

$2=-2+b$

$b=4$ → $y=x+4$ //

1 右の図で、曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで、直線mは、$y=x$ のグラフである。直線 ℓ と直線mの交点のうち、x 座標が2である点をAとし、曲線 ℓ 上に、点Aと y 座標が等しく、x 座標が負の数である点Bをとる。点Bを通り、直線mに平行な直線と曲線 ℓ の交点をCとするとき、次の問いに答えなさい。

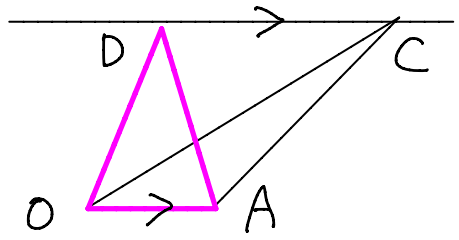


①直線BCの式を求めなさい。

② △OACの面積を求めなさい。

Point

等式変形



底辺と平行な直線上に頂点を動かすと、面積は等しい。

△OAC＝△OAD

（高さが等しいから）

① 等積変形で △OAC ⇒ △OAD

DはBCの切片より D(0,4)

△OAC＝△OAD

＝OD×高さ（Aのx座標）×$\frac{1}{2}$

＝$4\times2\times\frac{1}{2}$＝4

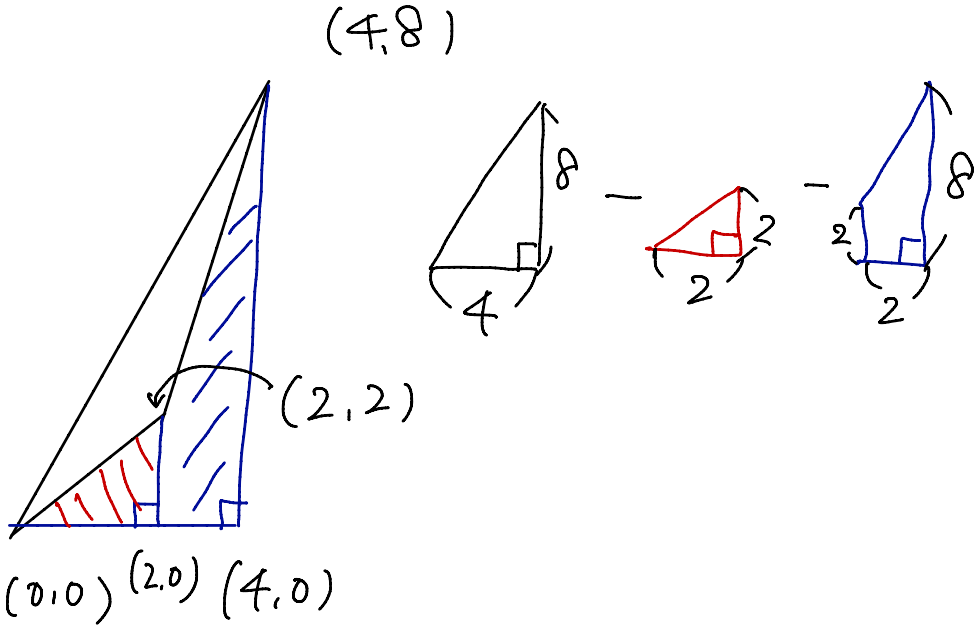
② Cの座標を求める。

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=x+4 \end{cases}$$ 代入。

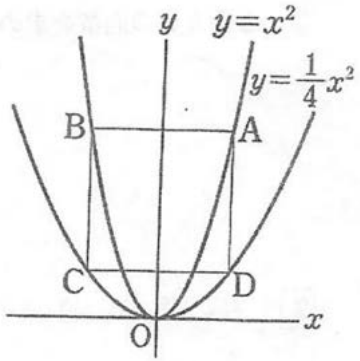
$\frac{1}{2}x^2=x+4$

$(x+2)(x-4)=0$

$x=-2,4$　C(4,8)


(4,8)
(2,2)
(0,0)
(2,0)
(4,0)
8
4
2
2
2
2
8

4 右の図で、点A、Bは関数 $y=x^2$ のグラフ上の点、点C、Dは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。四角形ABCDは正方形で、線分ABが x 軸に平行であるとき、次の問いに答えなさい。



① 点Aの x 座標が a であるとき、点Dの座標を、a を使って表しなさい。

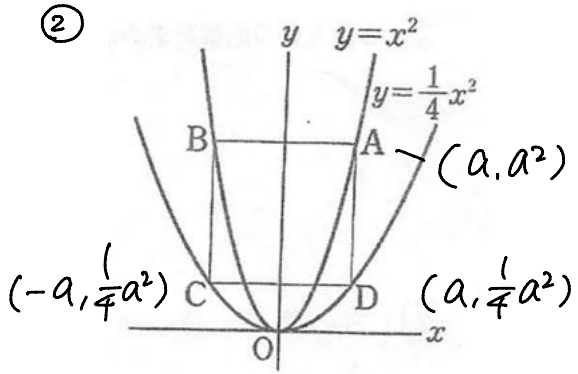
② 点Aの座標を求めなさい。

① AB // x軸 で 四角形ABCDは正方形なので AD // y軸 となり Dのx座標は a。

$x=a$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入し、$y=\frac{1}{4}a^2$

$D(a, \frac{1}{4}a^2)$ //

②



正方形 → AD = CD の式を利用！

◎ A, Cの座標を求める。

$A(a, a^2)$ $C(-a, \frac{1}{4}a^2)$

◎ AD, CD の長さを求める。

・AD = AとDのy座標の差

$= a^2 - \frac{1}{4}a^2 = \frac{3}{4}a^2$

・CD = DとCのx座標の差

$= a-(-a) = 2a$

◎ AD = CD より

$\frac{3}{4}a^2 = 2a$

$a(3a-8)=0$

$a=0, \frac{8}{3}$

$a>0$ より $a=\frac{8}{3}$

$A(a, a^2)$ より

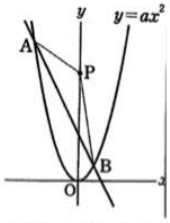
$A(\frac{8}{3}, \frac{64}{9})$ //

数学　中学3年

テスト＋入試対策

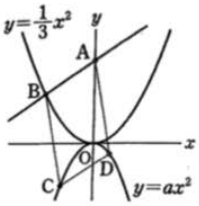
1 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの座標が(-3，9)、点Bの x 座標が1のとき、次の問いに答えなさい。

①直線ABの式を求めなさい。



② y 軸上に、P(0，7)をとるとき、△PABの面積を求めなさい。

3 右の図で、Aは y 軸上の点、Bは関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の点C、Dは関数 $y=ax^2$（a の定数、$a<0$）のグラフ上の点である。点Aの y 座標が5、点B、Cの x 座標は、それぞれ-3、-2であり、四角形ABCDは平行四辺形である。このとき、a の値を求めなさい。

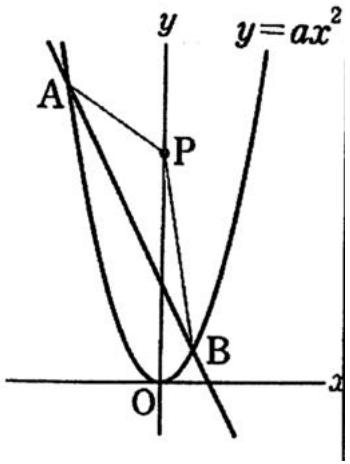


4章　二次関数

一次関数
融合問題
2問

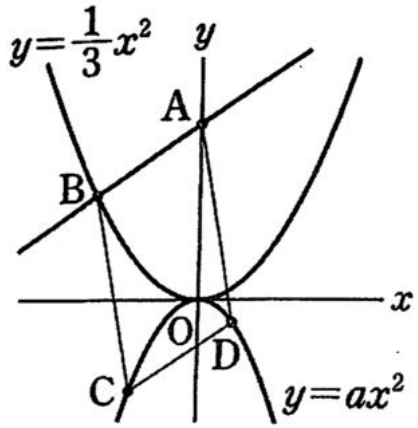
1 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの座標が(-3，9)、点Bの x 座標が1のとき、次の問いに答えなさい。

①直線ABの式を求めなさい。



② y 軸上に、P(0，7)をとるとき、△PABの面積を求めなさい。

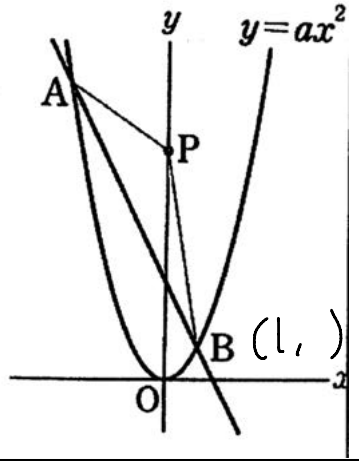
3 右の図で、Aは y 軸上の点、Bは関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の点C、Dは関数 $y=ax^2$（a の定数、$a<0$）のグラフ上の点である。点Aの y 座標が5、点B、Cの x 座標は。それぞれ-3、-2であり、四角形ABCDは平行四辺形である。このとき、a の値を求めなさい。



(−3, 9)

1 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの座標が(−3, 9)、点Bの x 座標が1のとき、次の問いに答えなさい。

①直線ABの式を求めなさい。



全ての点の座標を求めることがStart!

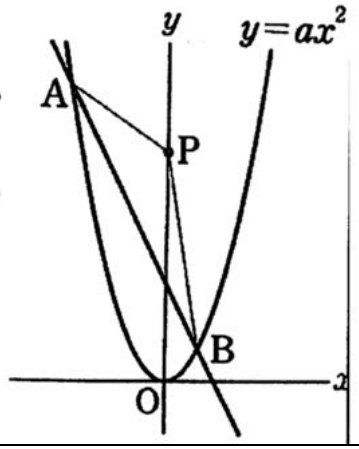
① ABの式を求める流れ

- $y=ax^2$ は A(−3, 9) を通るので、
  $9=a\times(-3)^2 \longrightarrow a=1$ より $y=x^2$
  よって B(1, 1)。

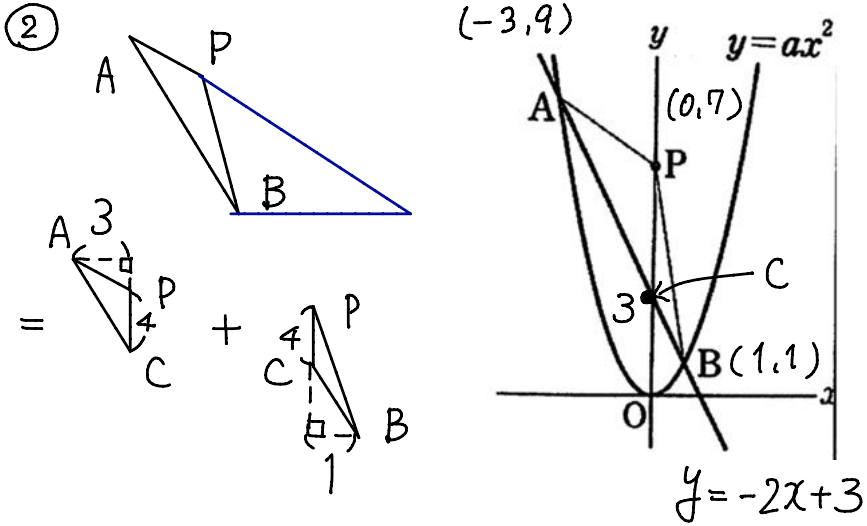
- A(−3, 9), B(1, 1) を通るので
  傾き $= \dfrac{1-9}{1-(-3)} = \dfrac{-8}{4} = -2$
  $y=-2x+b$ に (1, 1) を代入し
  $1=-2\times1+b \rightarrow b=3$
  よって $y=-2x+3$ //

1 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A、Bがある。点Aの座標が(-3，9)、点Bの x 座標が1のとき、次の問いに答えなさい。

② y 軸上に、P(0，7)をとるとき、△PABの面積を求めなさい。



②



$= \triangle APC + \triangle BPC$

$= PC \times 高さ3 \times \frac{1}{2} + PC \times 高さ1 \times \frac{1}{2}$

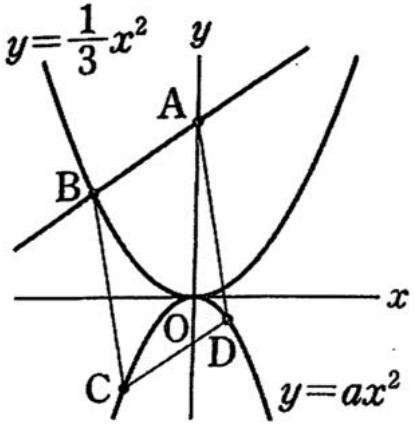
$= 4 \times 3 \times \frac{1}{2} + 4 \times 1 \times \frac{1}{2}$

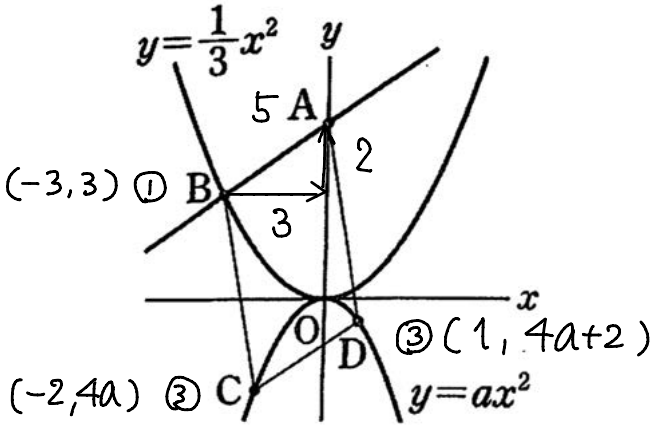
$= 6 + 2 = \underline{8}$ //

Point

3辺が斜めの場合、そのままでは面積が求めづらいので、三角形に分けた！

3 右の図で、Aはy軸上の点、Bは関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフ上の点C、Dは関数$y=ax^2$（aの定数、$a<0$）のグラフ上の点である。点Aのy座標が5、点B、Cのx座標は。それぞれ-3、-2であり、四角形ABCDは平行四辺形である。このとき、aの値を求めなさい。





① Bのx座標が-3なので
$y=\frac{1}{3}x^2$上の点より B$(-3,3)$

② 平行四辺形ABCDなので
AB∥DC。 ABの傾きは$\frac{2}{3}$と
わかるので CDの傾きも$\frac{2}{3}$。

③ 問題文より Cの
x座標が-2
なので
C$(-2,4a)$

傾き$\frac{2}{3}$なので
D$(1,4a+2)$

$y=ax^2$に代入し
$4a+2=a\times1^2$
$a=-\frac{2}{3}$ //